Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 6 класса, 2021-2022 учебный год.

1.1. Арина записала число и номер месяца своего дня рождения, перемножила и получила 248. В каком месяце родилась Арина? В ответ запишите его номер.

Ответ: 8

Решение. 248 = 2 * 2 * 2 * 31. Очевидно, 31 - это число, тогда 8 - номер месяца.

1.2. Арина записала число и номер месяца своего дня рождения, перемножила и получила 232. В каком месяце родилась Арина? В ответ запишите его номер.

Ответ: 8

1.3. Арина записала число и номер месяца своего дня рождения, перемножила и получила 261. В каком месяце родилась Арина? В ответ запишите его номер.

Ответ: 9

1.4. Арина записала число и номер месяца своего дня рождения, перемножила и получила 348. В каком месяце родилась Арина? В ответ запишите его номер.



Ответ: 12

1.5. Арина записала число и номер месяца своего дня рождения, перемножила и получила 217. В каком месяце родилась Арина? В ответ запишите его номер.

2.1. Прямоугольник разделили двумя прямыми линиями на 4 прямоугольника периметром 6, 10 и 12 (прямоугольник периметром 10 по стороне соседствует с прямоугольниками периметрами 6 и 12). Найдите периметр четвертого прямоугольника.

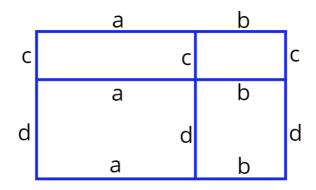
10	6
12	

Ответ: 8

Решение. Обозначим стороны получившихся прямоугольников за $a,\ b,\ c$ и d. Из условия получаются следующие соотношения:

$$2(a+c) = 10, 2(a+d) = 12, 2(c+b) = 6,$$

 $a+c=5, a+d=6, c+b=3,$
 $a+d+c+b=9, a+c=5,$
 $b+d=4, 2(b+d)=8.$



Значит, периметр четвертого прямоугольника равен 8.

2.2. Прямоугольник разделили двумя прямыми линиями на 4 прямоугольника периметром 6, 10 и 14 (прямоугольник периметром 10 по стороне соседствует с прямоугольниками периметрами 6 и 14). Найдите периметр четвертого прямоугольника.

Ответ: 10

2.3. Прямоугольник разделили двумя прямыми линиями на 4 прямоугольника периметром 8, 10 и 14 (прямоугольник периметром 10 по стороне соседствует с прямоугольниками периметрами 8 и 14). Найдите периметр четвертого прямоугольника.

Ответ: 12

2.4. Прямоугольник разделили двумя прямыми линиями на 4 прямоугольника периметром 8, 12 и 16 (прямоугольник периметром 12 по стороне соседствует с прямоугольниками периметрами 8 и 16). Найдите периметр четвертого прямоугольника.

Ответ: 12

2.5. Прямоугольник разделили двумя прямыми линиями на 4 прямоугольника периметром 8, 14 и 16 (прямоугольник периметром 14 по стороне соседствует с прямоугольниками периметрами 8 и 16). Найдите периметр четвертого прямоугольника.

3.1. Число умножили на первую цифру и получили 494, на вторую – 988, на третью – 1729. Найдите это число.

Ответ: 247

Решение. Можно заметить, что все три полученных числа кратны 247, откуда получаем ответ.

3.2. Число умножили на первую цифру и получили 566, на вторую – 2264, на третью – 849. Найдите это число.

Ответ: 283

3.3. Число умножили на первую цифру и получили 526, на вторую – 1578, на третью – 789. Найдите это число.

Ответ: 263

3.4. Число умножили на первую цифру и получили 514, на вторую – 1285, на третью – 1799. Найдите это число.

Ответ: 257

3.5. Число умножили на первую цифру и получили 478, на вторую — 717, на третью — 2151. Найдите это число.

4.1. K дроби $\frac{1}{6}$ добавили какую-то дробь, а результат оказался правильной дробью со знаменателем меньше 6. Какую наибольшую дробь могли добавить?



Ответ: $\frac{19}{30}$

Решение. Так как результат сложения дробей - правильная дробь со знаменателем, меньшим 6, наибольшее значение суммы составляет $\frac{4}{5}$. Для ее получения необходимо добавить $\frac{4}{5} - \frac{1}{6} = \frac{19}{30}$.

4.2. K дроби $\frac{1}{7}$ добавили какую-то дробь, а результат оказался правильной дробью со знаменателем меньше 6. Какую наибольшую дробь могли добавить?

Ответ: $\frac{23}{35}$

4.3. K дроби $\frac{1}{7}$ добавили какую-то дробь, а результат оказался правильной дробью со знаменателем мень-ше 5. Какую наибольшую дробь могли добавить?

Ответ: $\frac{17}{28}$

4.4. K дроби $\frac{1}{6}$ добавили какую-то дробь, а результат оказался правильной дробью со знаменателем меньше 8. Какую наибольшую дробь могли добавить?

Ответ: $\frac{29}{42}$

4.5. K дроби $\frac{1}{7}$ добавили какую-то дробь, а результат оказался правильной дробью со знаменателем меньше 7. Какую наибольшую дробь могли добавить?

Ответ: $\frac{29}{42}$

5.1. Известно, что в прошедшем шахматном турнире в каждом туре все игроки разбивались на пары, проигравший выбывал (ничьих не было). Известно, что победитель сыграл 6 партий. Сколько участников турнира выиграло хотя бы на 2 партии больше, чем проиграло?

Ответ: 8

Решение. Так как победитель сыграл 6 партий, всего игроков было $2^6 = 64$. У вылетевших в 1м туре соотношение "выиграл-проиграл" составляет -1; у проигравших во 2м туре 0, у проигравших в 3м туре +1, у проигравших в 4м туре и далее хотя бы +2. До 4го тура дошло 8 участников.

5.2. В шахматном турнире в каждом туре все игроки делятся на пары, проигравший выбывает. Известно, что победитель сыграл 5 партий. Сколько участников турнира выиграло хотя бы на 2 партии больше, чем проиграло?

Ответ: 4

5.3. В шахматном турнире в каждом туре все игроки делятся на пары, проигравший выбывает. Известно, что победитель сыграл 7 партий. Сколько участников турнира выиграло хотя бы на 2 партии больше, чем проиграло?

Ответ: 16

5.4. В шахматном турнире в каждом туре все игроки делятся на пары, проигравший выбывает. Известно, что победитель сыграл 6 партий. Сколько участников турнира выиграло хотя бы на 3 партии больше, чем проиграло?

Ответ: 4

5.5. В шахматном турнире в каждом туре все игроки делятся на пары, проигравший выбывает. Известно, что победитель сыграл 7 партий. Сколько участников турнира выиграло хотя бы на 3 партии больше, чем проиграло?

6.1. В баскетбольной команде некоторое количество игроков. Тренер сложил все значения их роста и поделил на количество игроков (назовем это средним ростом), получив 190 см. После первой игры тренер вывел из команды Николая ростом 197 см, взяв вместо него Петра ростом 181 см, после чего средний рост игроков команды составил 188 см. Сколько человек в команде?

Ответ: 8

Решение. Изменение суммарного роста игроков на 197 - 181 = 16 см влечет к изменению среднего роста игроков команды на 190 - 188 = 2 см, поэтому в команде $\frac{16}{2} = 8$ человек.

6.2. В баскетбольной команде некоторое количество игроков. Тренер сложил все значения их роста и поделил на количество игроков (назовем это средним ростом), получив 190 см. После первой игры тренер вывел из команды Николая ростом 196 см, взяв вместо него Петра ростом 182 см, после чего средний рост игроков команды составил 188 см. Сколько человек в команде?

Ответ: 7

6.3. В баскетбольной команде некоторое количество игроков. Тренер сложил все значения их роста и поделил на количество игроков (назовем это средним ростом), получив 190 см. После первой игры тренер вывел из команды Николая ростом 195 см, взяв вместо него Петра ростом 183 см, после чего средний рост игроков команды составил 188 см. Сколько человек в команде?

Ответ: 6

6.4. В баскетбольной команде некоторое количество игроков. Тренер сложил все значения их роста и поделил на количество игроков (назовем это средним ростом), получив 191 см. После первой игры тренер вывел из команды Николая ростом 198 см, взяв вместо него Петра ростом 180 см, после чего средний рост игроков команды составил 188 см. Сколько человек в команде?

Ответ: 6

6.5. В баскетбольной команде некоторое количество игроков. Тренер сложил все значения их роста и поделил на количество игроков (назовем это средним ростом), получив 192 см. После первой игры тренер вывел из команды Николая ростом 198 см, взяв вместо него Петра ростом 182 см, после чего средний рост игроков команды составил 188 см. Сколько человек в команде?

7.1. На прилавке лежат 10 гирек массой n, n+1, ..., n+9. Продавец взял одну из них, после чего общий вес всех оставшихся составил 1457. Гирьку какого веса взял продавец?

Ответ: 158

Решение. Общий вес всех 10 гирь составляет 10n+45. Допустим, взятая гиря имеет вес n+x, где x<10. Тогда

10n + 45 - n - x = 1457.

9n + 45 - x = 1457.

Можно увидеть, что 1457 при делении на 9 дает 8 в остатке, поэтому x=1. Тогда

9n + 45 - 1 = 1457.

9n = 1413.

n = 157.

n + x = 158.

7.2. На прилавке лежат 10 гирек массой n, n + 1, ..., n + 9. Продавец взял одну из них, после чего общий вес всех оставшихся составил 1365. Гирьку какого веса взял продавец?

Ответ: 150

7.3. На прилавке лежат 10 гирек массой n, n + 1, ..., n + 9. Продавец взял одну из них, после чего общий вес всех оставшихся составил 1543. Гирьку какого веса взял продавец?

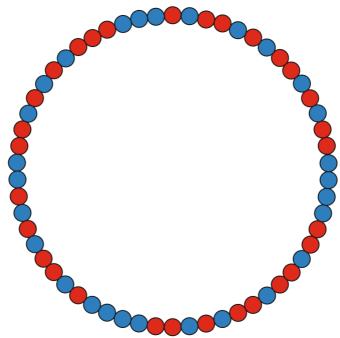
Ответ: 172

7.4. На прилавке лежат 10 гирек массой n, n+1, ..., n+9. Продавец взял одну из них, после чего общий вес всех оставшихся составил 1325. Гирьку какого веса взял продавец?

Ответ: 150

7.5. На прилавке лежат 10 гирек массой n, n+1, ..., n+9. Продавец взял одну из них, после чего общий вес всех оставшихся составил 1632. Гирьку какого веса взял продавец?

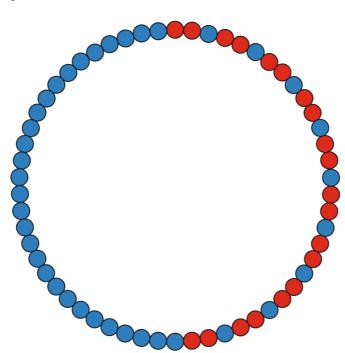
8.1. В круг выложили 58 шаров двух цветов - красного и синего. Известно, что троек подряд стоящих шаров, среди которых больше красных, столько же, сколько и троек с большинством синих. Какое наименьшее число красных шаров могло оказаться?



Ответ: 20 *Оценка*

Всего троек 58, тогда троек с доминированием каждого из двух цветов по 29. Значит, красных шаров должно быть не менее, чем $\frac{2}{3} * 29$, то есть не менее 20.

Пример



8.2. В круг выложили 64 шара двух цветов – красного и синего. Известно, что троек подряд стоящих шаров, среди которых больше красных, столько же, сколько и троек с большинством синих. Какое наименьшее число красных шаров могло оказаться?

Ответ: 22

8.3. В круг выложили 70 шаров двух цветов – красного и синего. Известно, что троек подряд стоящих шаров, среди которых больше красных, столько же, сколько и троек с большинством синих. Какое наименьшее число красных шаров могло оказаться?

8.4. В круг выложили 76 шаров двух цветов – красного и синего. Известно, что троек подряд стоящих шаров, среди которых больше красных, столько же, сколько и троек с большинством синих. Какое наименьшее число красных шаров могло оказаться?

Ответ: 26

8.5. В круг выложили 82 шара двух цветов – красного и синего. Известно, что троек подряд стоящих шаров, среди которых больше красных, столько же, сколько и троек с большинством синих. Какое наименьшее число красных шаров могло оказаться?