

**Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 4 класса, 2021-2022 учебный год.**

**1.1.** *Вася загадал натуральное число больше 99, но меньше 1000. Сумма первой и последней цифр этого числа равна 1, а произведение первой и второй цифр равно 4. Какое число загадал Вася?*

**Ответ:** 140

**Решение.** Заметим, что сумму 1 можно получить только сложением цифр 1 и 0, причем первая цифра числа не может быть 0, поэтому она равна 1, откуда последняя - 0. Так как произведение первой и второй цифры равно 4, получаем, что вторая цифра - 4, и в ответе - число 140.

**1.2.** *Вася загадал натуральное число больше 99, но меньше 1000. Сумма первой и последней цифр этого числа равна 1, а произведение первой и второй цифр равно 7. Какое число загадал Вася?*

**Ответ:** 170

**1.3.** *Вася загадал натуральное число больше 99, но меньше 1000. Сумма первой и второй цифр этого числа равна 1, а произведение первой и последней цифр равно 5. Какое число загадал Вася?*

**Ответ:** 105

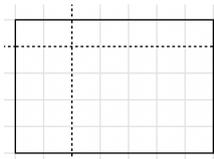
**1.4.** *Вася загадал натуральное число больше 99, но меньше 1000. Сумма первой и последней цифр этого числа равна 1, а произведение первой и второй цифр равно 9. Какое число загадал Вася?*

**Ответ:** 190

**1.5.** *Вася загадал натуральное число больше 99, но меньше 1000. Сумма первой и второй цифр этого числа равна 1, а произведение первой и последней цифр равно 6. Какое число загадал Вася?*

**Ответ:** 106

**2.1.** На листе бумаги нарисован прямоугольник  $5 \times 7$ , и пунктиром нарисованы линии сгиба. Сколько клеток будет накрыто ровно два раза?



**Ответ:** 9

**Решение.** Легко видеть, что после сгибания клетки будут покрыты ровно столько раз, какая цифра стоит на рисунке в правой нижней части.

	4	4	2	2	2
	2	2	1	1	1
	2	2	1	1	1
	2	2	1	1	1

**2.2.** На листе бумаги нарисован прямоугольник  $5 \times 7$ , и пунктиром нарисованы линии сгиба. Сколько клеток будет накрыто ровно два раза?



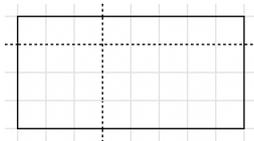
**Ответ:** 10

**2.3.** На листе бумаги нарисован прямоугольник  $5 \times 7$ , и пунктиром нарисованы линии сгиба. Сколько клеток будет накрыто ровно два раза?



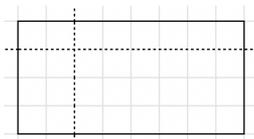
**Ответ:** 5

**2.4.** На листе бумаги нарисован прямоугольник  $4 \times 8$ , и пунктиром нарисованы линии сгиба. Сколько клеток будет накрыто ровно два раза?



**Ответ:** 8

**2.5.** На листе бумаги нарисован прямоугольник  $4 \times 8$ , и пунктиром нарисованы линии сгиба. Сколько клеток будет накрыто ровно два раза?



**Ответ:** 8

**3.1.** На столе лежат банан, груша, дыня, помидор и яблоко. Известно, что дыня весит больше, чем оставшиеся 4 предмета. Банан и помидор весят столько же, сколько груша и яблоко, а еще банан весит больше груши, но меньше, чем помидор. Соедините предметы с их весами в граммах. Веса: 120,140,150,170,1500. Предметы: банан, груша, дыня, помидор и яблоко.

**Ответ:** Банан 140, груша 120, дыня 1500, помидор 150, яблоко 170.

**Решение.** Заметим, что дыня весит больше всех, то есть 1500. Забудем про нее. Из оставшихся четырех предметов только  $120+170=140+150$ . банан меньше помидора, поэтому он меньший в своей паре, то есть 120 или 140, но банан больше груши, поэтому не может быть 120. Таким образом банан весит 140, помидор 150, груша 120 и яблоко 170.

**3.2.** На столе лежат банан, апельсин, арбуз, киви и яблоко. Известно, что арбуз весит больше, чем оставшиеся 4 предмета. Апельсин и киви весят столько же, сколько банан и яблоко, а еще апельсин весит больше банана, но меньше, чем киви. Соедините предметы с их весами в граммах. Веса: 210,180,200,170,1400. Предметы: банан, апельсин, арбуз, киви и яблоко.

**Ответ:** Апельсин 180, банан 170, арбуз 1400, киви 200, яблоко 210.

**3.3.** На столе лежат банан, груша, арбуз, киви и яблоко. Известно, что арбуз весит больше, чем оставшиеся 4 предмета. Груша и киви весят столько же, сколько банан и яблоко, а еще груша весит меньше банана, но больше, чем киви. Соедините предметы с их весами в граммах. Веса: 140,150,160,170,1200. Предметы: банан, груша, арбуз, киви и яблоко.

**Ответ:** Груша 160, банан 170, арбуз 1200, киви 150, яблоко 140.

**3.4.** На столе лежат банан, груша, дыня, киви и яблоко. Известно, что дыня весит больше, чем оставшиеся 4 предмета. Груша и киви весят столько же, сколько банан и яблоко, а еще киви весит меньше банана, но больше, чем груша. Соедините предметы с их весами в граммах. Веса: 150,170,210,230,1600. Предметы: банан, груша, дыня, киви и яблоко.

**Ответ:** Груша 170, банан 230, дыня 1600, киви 210, яблоко 150.

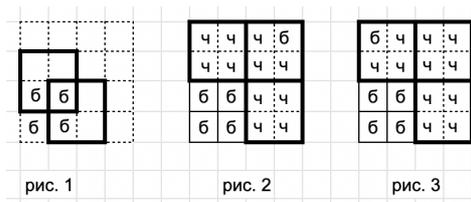
**3.5.** На столе лежат банан, груша, дыня, апельсин и киви. Известно, что дыня весит больше, чем оставшиеся 4 предмета. Банан и киви весят столько же, сколько груша и апельсин, а еще груша весит больше, чем киви, но меньше апельсина. Соедините предметы с их весами в граммах. Веса: 140,150,160,170,1700. Предметы: банан, груша, дыня, апельсин и киви.

**Ответ:** Банан 170, груша 150, дыня 1700, апельсин 160, киви 140.

4.1. В квадрате  $4 \times 4$  каждую из 16 клеток покрасили в чёрный или белый цвет. Затем в каждом из девяти квадратиков  $2 \times 2$ , которые можно выделить в данном квадрате, подсчитали количество чёрных клеток. Получились числа 0, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Сколько чёрных клеток может быть в большом квадрате? Укажите все варианты.

**Ответ:** 11

**Решение.** Заметим, что квадраты с 0 белых клеток и с 4 белыми клетками пересекаться не могут. Если квадрат с 0 белых клеток лежит не в углу, то его не пересекает не более трёх других квадратов (квадрат может быть в центре, или примыкать к стороне в середине). Пусть белый квадрат находится слева-снизу, тогда у нас есть 5 квадратов подозрительных на наличие 4 черных клеток, тогда 4 из них целиком черные, а еще один имеет 2 или 3 черных клетки. Заметим, что выделенные на рисунке 1 квадраты содержат не более 2 черных клеток, следовательно, ровно 2. Тогда три угловых квадрата либо все содержат по 4 клетки, но тогда 5 квадратов содержит 4 черных клетки; либо два угловых содержат 4, а еще один 3. Итого получается 11 клеток. На рисунках 2 и 3 показаны примеры таких расстановок.



4.2. В квадрате  $4 \times 4$  каждую из 16 клеток покрасили в чёрный или белый цвет. Затем в каждом из девяти квадратиков  $2 \times 2$ , которые можно выделить в данном квадрате, подсчитали количество чёрных клеток. Получились числа 0, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Сколько чёрных клеток может быть в большом квадрате? Укажите все варианты.

**Ответ:** 11

4.3. В квадрате  $4 \times 4$  каждую из 16 клеток покрасили в чёрный или белый цвет. Затем в каждом из девяти квадратиков  $2 \times 2$ , которые можно выделить в данном квадрате, подсчитали количество чёрных клеток. Получились числа 0, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4. Сколько чёрных клеток может быть в большом квадрате? Укажите все варианты.

**Ответ:** 10

4.4. В квадрате  $4 \times 4$  каждую из 16 клеток покрасили в чёрный или белый цвет. Затем в каждом из девяти квадратиков  $2 \times 2$ , которые можно выделить в данном квадрате, подсчитали количество чёрных клеток. Получились числа 0, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 4. Сколько чёрных клеток может быть в большом квадрате? Укажите все варианты.

**Ответ:** 6

4.5. В квадрате  $4 \times 4$  каждую из 16 клеток покрасили в чёрный или белый цвет. Затем в каждом из девяти квадратиков  $2 \times 2$ , которые можно выделить в данном квадрате, подсчитали количество чёрных клеток. Получились числа 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 4. Сколько чёрных клеток может быть в большом квадрате? Укажите все варианты.

**Ответ:** 5

**5.1.** Мама даёт карманные деньги своим детям: Ане 1 рубль, Боре два рубля, Вите три рубля, затем Ане 4 рубля, Боре 5 рублей и так далее пока не даст Ане 202 рубля, и Боре 203 рубля. На сколько рублей Аня получит больше, чем Витя?

**Ответ:** 68

**Решение.** Заметим, что Аня получит деньги на 1 раз больше, чем Витя. Если убрать первый рубль, то каждый следующий раз Аня получает на рубль больше, чем Витя. Таким образом осталось выяснить сколько было таких разов. Кроме 1 рубля и двух рублей все «ходы» мамы разбиваются на тройки:  $(203 - 2) : 3 = 67$ . Таким образом на каждом круге Аня получит на рубль больше Вити и самым первым ходом она получила еще дополнительный рубль. Итого ответ 68.

**5.2.** Мама даёт карманные деньги своим детям: Ане 1 рубль, Боре два рубля, Вите три рубля, затем Ане 4 рубля, Боре 5 рублей и так далее пока не даст Ане 292 рубля, и Боре 293 рубля. На сколько рублей Аня получит больше, чем Витя?

**Ответ:** 98

**5.3.** Мама даёт карманные деньги своим детям: Ане 1 рубль, Боре два рубля, Вите три рубля, затем Ане 4 рубля, Боре 5 рублей и так далее пока не даст Ане 382 рубля, и Боре 383 рубля. На сколько рублей Аня получит больше, чем Витя?

**Ответ:** 128

**5.4.** Мама даёт карманные деньги своим детям: Ане 1 рубль, Боре два рубля, Вите три рубля, затем Ане 4 рубля, Боре 5 рублей и так далее пока не даст Ане 322 рубля, и Боре 323 рубля. На сколько рублей Аня получит больше, чем Витя?

**Ответ:** 108

**5.5.** Мама даёт карманные деньги своим детям: Ане 1 рубль, Боре два рубля, Вите три рубля, затем Ане 4 рубля, Боре 5 рублей и так далее пока не даст Ане 262 рубля, и Боре 263 рубля. На сколько рублей Аня получит больше, чем Витя?

**Ответ:** 88

**6.1.** Найдите все возможные трёхзначные числа, которые можно получить вычеркиванием цифр из числа 112277. В ответ запишите их сумму.

**Ответ:** 1159

**Решение.** Просто перечислим все числа, какие можно получить. Если вычеркнуты обе единицы, то варианты чисел 227 и 277.

Если вычеркнуты обе двойки, то 117 и 177. Если вычеркнуты обе семерки, то 112 и 122.

Если же никакая цифра не вычеркнута два раза, то вычеркнуты 1, 2 и 7 по одному разу, остается число 127.

Сумма этих семи чисел:  $227 + 277 + 117 + 177 + 112 + 122 + 127 = 1099$ .

**6.2.** Найдите все возможные трёхзначные числа, которые можно получить вычеркиванием цифр из числа 332255. В ответ запишите их сумму.

**Ответ:** 2149

**6.3.** Найдите все возможные трёхзначные числа, которые можно получить вычеркиванием цифр из числа 114466. В ответ запишите их сумму.

**Ответ:** 1598

**6.4.** Найдите все возможные трёхзначные числа, которые можно получить вычеркиванием цифр из числа 113388. В ответ запишите их сумму.

**Ответ:** 1416

**6.5.** Найдите все возможные трёхзначные числа, которые можно получить вычеркиванием цифр из числа 227711. В ответ запишите их сумму.

**Ответ:** 2689

**7.1.** В отеле в ряд по порядку расположены комнаты с номерами с 1 по 10000. Маша и Алина заселились в отель в две разные комнаты. Сумма номеров их комнат 2022, а сумма номеров всех комнат между ними 3033. В какой комнате живет Маша, если её комната имеет меньший номер, чем комната Алины?

**Ответ:** 1009

**Решение.** Если между комнатами Маши и Алины ровно одна комната, то это номер 3033, но тогда у Маши и Алины комнаты 3032 и 3034, тогда их сумма не равна 2022.

Рассмотрим комнату Б, номер которой на 1 больше, чем у комнаты Маши. Также рассмотрим комнату В, номер которой на 1 меньше, чем у Алины. Заметим, что сумма номеров комнат Б и В тоже равна 2022, следовательно, комнат между Алиной и Машей хотя бы три.

Если комнат хотя бы четыре, то возьмем комнаты Г и Д соседние с комнатами Б и В: М, Б, Г, ..., Д, В, А. Сумма номеров Г и Д тоже 2022, но тогда сумма номеров между уже хотя бы 4044, что много.

Значит комнат между Алиной и Машей ровно 3, сумма двух крайних ровно 2022, остается средний номер 1011. Тогда наши номера: 1009, 1010, 1011, 1012, 1013. Номер Маши 1009.

**7.2.** В отеле в ряд по порядку расположены комнаты с номерами с 1 по 10000. Маша и Алина заселились в отель в две разные комнаты. Сумма номеров их комнат 4004, а сумма номеров всех комнат между ними 6006. В какой комнате живет Маша, если её комната имеет меньший номер, чем комната Алины?

**Ответ:** 2000

**7.3.** В отеле в ряд по порядку расположены комнаты с номерами с 1 по 10000. Маша и Алина заселились в отель в две разные комнаты. Сумма номеров их комнат 4026, а сумма номеров всех комнат между ними 6039. В какой комнате живет Маша, если её комната имеет больший номер, чем комната Алины?

**Ответ:** 2015

**7.5.** В отеле в ряд по порядку расположены комнаты с номерами с 1 по 10000. Маша и Алина заселились в отель в две разные комнаты. Сумма номеров их комнат 4406, а сумма номеров всех комнат между ними 6609. В какой комнате живет Маша, если её комната имеет меньший номер, чем комната Алины?

**Ответ:** 2201

**8.1.** В партии 90000 коробок с вакциной массой по 3300 грамм каждая, и 5000 коробочек по 200 грамм каждая. Какое наименьшее количество температурных контейнеров необходимо, если в каждый, по новым правилам, нельзя класть более 100 килограмм?

**Ответ:** 3000

**Решение.** Заметим, что в один контейнер нельзя положить более чем 30 коробок с вакциной. Таким образом менее, чем  $90000/30 = 3000$  контейнеров не хватит. Заметим также, что если в контейнере лежит 30 коробок, то в нем свободно место для 5 коробочек, поэтому в свободные места все эти коробочки влезут.

**8.2.** В партии 45000 коробок с вакциной массой по 3300 грамм каждая, и 5000 коробочек по 200 грамм каждая. Какое наименьшее количество температурных контейнеров необходимо, если в каждый, по новым правилам, нельзя класть более 100 килограмм?

**Ответ:** 1500

**8.3.** В партии 60000 коробок с вакциной массой по 3300 грамм каждая, и 5000 коробочек по 200 грамм каждая. Какое наименьшее количество температурных контейнеров необходимо, если в каждый, по новым правилам, нельзя класть более 100 килограмм?

**Ответ:** 2000

**8.4.** В партии 30000 коробок с вакциной массой по 6600 грамм каждая, и 7000 коробочек по 200 грамм каждая. Какое наименьшее количество температурных контейнеров необходимо, если в каждый, по новым правилам, нельзя класть более 200 килограмм?

**Ответ:** 1000

**8.5.** В партии 75000 коробок с вакциной массой по 6600 грамм каждая, и 11000 коробочек по 200 грамм каждая. Какое наименьшее количество температурных контейнеров необходимо, если в каждый, по новым правилам, нельзя класть более 200 килограмм?

**Ответ:** 2500